

ÖREBRO UNIVERSITET

Grundlärarprogrammet

Matematikdidaktik

Självständigt arbete 2, inriktning 4–6, 15 poäng

Vårterminen 2024



Samband mellan representations- och samtalsmönster

– En empirisk studie om matematikundervisning i årskurs 4–6

Susann Larsson & Moa Palm

Handledare: Andreas Bergwall

Examinator: Anna Teledahl

Connections Between Patterns of Representation and Communication

- An Empirical Study on Mathematics Teaching in Grades 4–6

Abstract

The field of mathematics education research shows that the use of various forms of representation is preferable for students' knowledge development. In our previous independent project, different structures of representations emerged, which we choose to refer to in this study as representational patterns. The *Concrete-Image-Abstract* pattern was identified as the most successful structure. Research also highlights that conversations in mathematics instruction are crucial for students' knowledge development and that exploratory conversations are the type of dialogue teachers should aim for. However, research does not provide straightforward answers on how teachers can achieve these exploratory conversations. Therefore, in this study, we aim to investigate whether teachers' use of different representational patterns can influence the type of conversations that arise in the mathematics classroom. The study's results show that it is possible to identify various combinations of representational and conversational patterns. The results also indicate that when teachers use multiple forms of representations simultaneously, classroom conversations tend to be more exploratory in nature, compared to when teachers use only one or two forms of representation. Additionally, the study found that the teacher's use of the specific representation form *concrete model*, leads to increased student engagement and participation, which in turn promotes *exploratory conversations*.

Keywords: Mathematics, forms of representations, patterns of communication, middle school, sociocultural perspective.

Sammanfattning

Det matematikdidaktiska forskningsfältet visar att användning av olika representationsformer är att föredra för elevers kunskapsutveckling. I vårt tidigare självständiga arbete framkom olika strukturer av representationsformer, vilket vi i denna studie väljer att benämna som representationsmönster, och mönstret *Konkret-Bild-Abstrakt* var den struktur som det fanns störst forskningsstöd för. Forskning synliggör även att samtal i matematikundervisning är viktigt för elevens kunskapsutveckling och att det utforskande samtalet är det samtalsmönster som läraren bör eftersträva. Dock erbjuder inte forskningen några enkla svar på hur läraren ska nå de utforskande samtalen. I denna empiriska studie vill vi därför undersöka om lärares användning av olika representationsmönster kan påverka vilket typ av samtal som uppstår i matematikklassrummet. Studiens resultat visar att det går att identifiera olika kombinationer mellan representations- och samtalsmönster. Resultatet visar även att när läraren

använder flera representationsformer samtidigt blir samtalen i klassrummet av mer utforskande karaktär, tillskillnad från när läraren endast använder sig av en eller två representationsformer. I studien har även lärarens användning av den specifika representationsformen *Konkret modell* visat sig medföra ökat elevengagemang och delaktighet, vilket i sin tur främjat de *Utforskande samtalen*.

Nyckelord: matematik, representationsformer, samtalsmönster, mellanstadiet, sociokulturellt perspektiv.

Innehållsförteckning

1. Inledning	6
1.1. Syfte och frågeställning	7
2. Bakgrund och teori	7
2.1 Representationsmönster	8
2.2 Språkets roll i matematikundervisning	10
2.3 Samtalsmönster	11
2.3.1 <i>IRE</i>	11
2.3.2 <i>Kumulativa samtal</i>	12
2.3.3 <i>Disputerande samtal</i>	12
2.3.4 <i>Utforskande samtal</i>	12
2.3.5 <i>Faktorer som kan påverka samtalsdialogen</i>	12
2.4 Sociokulturellt perspektiv	13
3. Metod	14
3.1 Kvalitativ metod	15
3.1.1 <i>Urval</i>	15
3.1.2 <i>Observation och fältanteckningar</i>	15
3.2 Analysmetod	16
3.3 Etiska överväganden	18
4. Resultat	18
4.1 Identifierade representationsmönster	19
4.2 Identifierade samtalsmönster	20
4.3 Identifierade kombinationer av representations- och samtalsmönster	20
4.4 Identifierade samband mellan representations- och samtalsmönster	21
4.4.1 <i>Samband mellan symboler och IRE</i>	22
4.4.2 <i>Bildmodell och dess möjliggörande för olika samtal</i>	22
4.4.3 <i>Flera representationsformer samtidigt och samtal av mer utforskande karaktär</i>	24
4.4.4 <i>Samband mellan konkret modell och elevengagemang</i>	25
5. Diskussion	26
5.1 Resultatsammanfattning	27
5.2 Resultatdiskussion	27
5.2.1 <i>Samband mellan representations- och samtalsmönster</i>	27
5.2.2 <i>Möjliggör konkreta modeller för utforskande samtal?</i>	28
5.2.3 <i>Klassrumsnormer och det didaktiska kontraktet</i>	29
5.2.4 <i>Språk som representationsform</i>	30
5.3 Metoddiskussion	31
5.4 Konsekvenser för undervisning	31

5.5 Fortsatta studier	32
Referenser	33
Bilagor	36
Bilaga 1 – Förfrågan om deltagande till lärare	36
Bilaga 2 – Informationsbrev till vårdnadshavare	37
Bilaga 3 – Observationsprotokoll representationsmönster	38
Bilaga 4 – Observationsprotokoll samtalsmönster	38
Bilaga 5 – Analysmatris	39

1. Inledning

Genom representationer kommer människan i kontakt med sin omvärld. Representationer används för att ersätta eller symbolisera det man syftar på i tanke, handling eller kommunikation med andra och med sig själv (Roos & Trygg, 2018). Exempelvis kan ett abstrakt begrepp representeras genom något konkret och påtagligt, så som en vägskylt som representerar en regel i trafiken. Begreppet blir då synliggjort med hjälp av representationen. Matematiken är i sig mycket abstrakt men genom representationer är det möjligt att kommunicera matematik. I matematiken används exempelvis siffror för att illustrera tal som är abstrakta fenomen (Roos & Trygg, 2018). Därmed är representationer helt avgörande för matematiklärandet. Selling (2016) förklarar att en variation av olika typer av representationer, det vill säga representationsformer, i matematiken är viktigt och fyller flera syften. Därför bör flera olika representationer användas som ett hjälpmedel i lärandeprocessen då elevens användning av flera representationer visar på god förståelse i ämnet (Selling, 2016). Den sociokulturella synen på lärande hävdar att lärande sker i individens samspel med omvärlden och att människan använder medierande redskap för att inhämta ny kunskap. När människan lär sig använda redskapen approprierar hon kunskapen och gör den till sin egen (Säljö, 2017). Ur ett matematikdidaktiskt perspektiv kan de olika representationerna ses som medierande redskap vilka hjälper eleven att skapa förståelse, det vill säga appropriera kunskapen.

I Larssons (2016) avhandling tydliggörs vikten av att använda olika representationer i matematikundervisning med fokus på multiplikation. I vårt föregående självständiga arbete valde vi därför att studera vad forskningen säger om olika representationsformer i matematikundervisning med fokus på multiplikation (Larsson & Palm, 2023). Vår studie visade på att en stor del av forskningen förespråkar en variation av flera representationsformer vid undervisning av multiplikation då det främjar elevens kunskapsutveckling. Studien resulterade i en tematisering över hur representationsformer bör användas och struktureras i matematikundervisning och innefattade fem olika teman: *Endast en representationsform*, *Två representationsformer i kombination*, *Flera representationsformer samtidigt*, *Konkret-Bild-Abstrakt* och *Elevens val*. Det vanligast förekomna temat i forskningen var *Konkret-Bild-Abstrakt* (Larsson & Palm, 2023). Detta väckte vårt intresse gällande att vidare studera hur verksamma lärare använder och strukturerar representationsformer vid genomgång av nytt matematiskt innehåll.

I vår föregående studie synliggjordes även att språket har en central roll i matematikundervisning vilket i sin tur inspirerade oss att titta närmre på vilka typer av samtal som uppstår i matematikklassrummet. Skolforskningsinstitutet (2017) presenterar en forskningssammanställning kring klassrumsdialoger i matematikklassrummet och redovisar olika typer av samtalsmönster och deras karaktärsdrag. Enligt dem bör lärare arbeta för att nå de *Utforskande samtalen*, då det är det bästa för lärande och kunskapsutveckling hos eleven. Dock menar de att forskningen inte erbjuder

några enkla svar kring hur läraren skall göra för att nå de utforskande samtalen och få eleverna att bli engagerade i dem. Klassrumdialogen är ett alltför komplext fenomen för att forskning ska kunna ge ett självklart svar på hur lärare ska agera för att skapa de *Utforskande samtalen*. Det finns inget enkelt tillvägagångssätt som fungerar i alla sammanhang och situationer (Skolforskningsinstitutet, 2017). Detta väckte vårt intresse i att undersöka om lärarens planering och strukturering av olika representationsformer i matematikklassrummet kan ha inverkan på hur klassrumdialogen utvecklar sig. Vi har valt att avgränsa studien till att endast beröra matematikundervisning i årskurs 4–6 då vi studerar till mellanstadie lärare samt använde oss av samma avgränsning i vår föregående studie. Vår förhoppning är att denna studie ska bidra med viktig kunskap inför vår kommande yrkesprofession, men även för verksamma lärare, då vi med hjälp av denna kunskap kan göra medvetna val kring struktureringen av representationer med målet att nå de *Utforskande samtalen*.

1.1. Syfte och frågeställning

Då denna studie är av empirisk karaktär ska tematiseringen angående representationsmönster från vår föregående studie (Larsson & Palms, 2023) samt Skolforskningsinstitutets (2017) ramverk angående olika samtalsmönster användas vid observation och analys av matematikundervisning. Syftet med studien är att undersöka om lärares användning av olika representationsmönster kan påverka vilket typ av samtal som uppstår i matematikklassrummet. För att uppnå studiens syfte ska vi utifrån tolv lektionsobservationer i åk 4–6 besvara:

- Vilka kombinationer av representations- och samtalsmönster förekommer i matematikundervisningen?
- Går det att urskilja några samband mellan representations- och samtalsmönster?

2. Bakgrund och teori

I följande avsnitt kommer de begrepp som är centrala i studien att presenteras. Inledningsvis redogör vi för begreppen *representation*, *representationsform* och *representationsmönster*. Vi presenterar vad forskning säger angående användning av olika representationer och redovisar även hur representationer kan kategoriseras och struktureras i matematikundervisning med utgångspunkt i litteratur och tidigare studier. Därefter redogör vi för språkets roll och vi beskriver vad Skolverket säger om kommunikationsförmågan i gällande styrdokument. Sedan redogör vi för begreppen *öppna* och *stängda* frågor samt redovisar Skolforskningsinstitutets ramverk gällande olika samtalsmönster. Slutligen redogör vi för det sociokulturella perspektivet vilket är vår övergripande teori för studien.

2.1 Representationsmönster

Nationalencyklopedin (NE, u.å.) beskriver att en *representation* är något som ersätter något annat. Med hjälp av en representation kan något illustreras och syftet med representationer är att göra det okända känt (Nationalencyklopedin [NE], u.å.). Kilhamn och Nilsson (2021) förklarar att en representation är till hjälp för att kommunicera det man egentligen syftar på. De skriver “Genom att få erfarenhet av många olika representationer av samma objekt skapas en förståelse och en mental bild av det abstrakta objektet” (s. 1–2). Det finns många olika sätt att representera matematik på. Man brukar kategorisera representationerna i olika former, det vill säga olika representationsformer, som går från det konkreta till det mer abstrakta (Kilhamn & Nilsson, 2021). Kategorisering av representationsformer är under ständig utveckling och det finns flera ramverk med olika representationsformer. Häggblom (2013) presenterar ett ramverk av olika representationsformer inom matematik från Behr m.fl. (1992). I ramverket ingår 5 olika typer av representationsformer som benämns *Verklighet*, *Språk*, *Symboler*, *Bildmodell* och *Konkret modell*. Den förstnämnda avser att matematiken ska kopplas till en verklig situation och används ofta vid introduktion av ett nytt matematiskt innehåll. Representationsformen *Språk* handlar om hur språket används i undervisningen, både muntligt och skriftligt. Den *Symboliska* representationsformen handlar om hur matematiken uttrycks i matematiska symboler och siffror. Genom att förklara matematik med en bild eller ritning har representationsformen *Bildmodell* använts. Matematiken kan även förklaras med hjälp av konkreta modeller så som olika fysiska material, vilket representationsformen *Konkret modell* innebär (Häggblom, 2013).

Forskning på området är delad vad gäller användning av olika representationsformer för elevers kunskapsutveckling. Vissa studier menar att användning av endast en representationsform är tillräckligt, medan andra studier anser att ju fler representationer som används, desto bättre. Fosters (2022) studie problematiserar användandet av flera representationsformer och hävdar att det kan förvirra eleverna i lärandeprocessen. Skribenten menar att lärarens användning av endast en noggrant utvald representationsform medför bättre lärande hos eleverna. Detta då läraren konsekvent kan fokusera på att använda just en specifik representation och upprepa användandet, vilket skapar trygghet och befäster kunskapen hos eleverna gällande dess användning (Foster, 2022). I sin studie använder Foster (2022) “the number line” som representation, vilket är en typ av *Bildmodell*. Till skillnad från Foster (2022) påstår Van Putten (2022) att matematiska spel ihop med samtal har en god inverkan på elevernas kunskapsutveckling. I sin studie fick två elevgrupper undervisning kring samma matematiska innehåll, men på olika sätt. Den ena elevgruppen fick ordinarie undervisning och den andra elevgruppen fick undervisning genom ett spelbaserat arbetsblad som de skulle arbeta med tillsammans, vilket kan tolkas som att läraren använder representationsformerna *Konkret modell* och *Språk* i undervisningsaktiviteten. Van Puttens (2022) studie visade att de elever som fått del av undervisningen där dessa två representationsformer kombinerats hade signifikant bättre resultat än

den andra elevgruppen vad gäller områdena multiplikation och division. Därmed visar denna forskning att det är framgångsrikt att kombinera två olika representationsformer, i detta fall *Konkret modell* och *Språk*.

Cordera-Siy & Ghouseini (2022) anser att det är positivt att använda flera olika former av representationer i matematikundervisning. De menar att eleverna på så sätt får hjälp från läraren att se samband och dra kopplingar mellan de olika representationsformerna, vilket i sin tur fördjupar kunskapen kring matematiska koncept och begrepp (Cordera-Siy & Ghouseini, 2022). Emellertid antyder även forskning (Tzur m.fl. 2020; Flores & Franklin, 2014) att det är framgångsrikt att använda representationsformerna konkret, bild och abstrakt i matematikundervisning. Detta motsvarar representationsformerna *Konkret modell*, *Bildmodell* och *Symboler* enligt Behr m.fl. (1992). Dessa studier (Tzur m.fl. 2020; Flores & Franklin, 2014) fastslår att dessa representationsformer ska användas i en specifik ordning, det vill säga *Konkret-Bild-Abstrakt*, och att detta är det bästa för elevernas kunskapsutveckling.

Det presenterade ramverket från Behr m.fl. (1992) användes i vår föregående systematiska litteraturstudie som deduktivt analysverktyg (Larsson & Palm, 2023). Även nu kommer Behr m.fl. 's (1992) ramverk över representationsformer att användas men denna gång vid observation. Vårt föregående självständiga arbete resulterade i en tematisering med fem olika strukturer och användningssätt av representationsformer. Dessa strukturer kommer att användas som analysverktyg för att besvara våra forskningsfrågor. Tematiseringen innehåller 5 teman och dessa benämns *Endast en representationsform*, *Två representationsformer i kombination*, *Flera representationsformer samtidigt*, *Konkret-Bild-Abstrakt* och *Elevens val* (Larsson & Palm, 2023. s. 17). Vi väljer i denna studie att benämna dessa fem strukturer av representationsformer som *representationsmönster*. När vi nämmer begreppet representationsmönster är det därmed lärarens användning och strukturering av representationsformer i undervisning som vi syftar på. I tabellen nedan (Se tabell 1) presenteras våra fem identifierade representationsmönster och deras karaktärsdrag utifrån resultatet från vår tidigare studie (Larsson & Palm, 2023). Notera att läraren inom ett mönster kan använda flera olika representationer inom en och samma representationsform, men att dessa representationer då klassificeras som en och endast en representationsform. Om läraren exempelvis använder både en bild på en tallinje och en bild på en pizza i sin undervisning så handlar det endast om en representationsform, i detta fall representationsformen *Bildmodell*.

Tabell 1

Representationsmönster

Representationsmönster	Karaktärsdrag
1. Endast en representationsform	Detta mönster karaktäriseras av att läraren endast använder en representationsform i sin undervisning.
2. Två representationsformer i kombination	Detta mönster karaktäriseras av att läraren använder två olika representationsformer i kombination i sin undervisning.
3. Flera representationsformer samtidigt	Detta mönster karaktäriseras av att läraren använder fler än två representationsformer i sin undervisning.
4. Konkret-Bild-Abstrakt	Detta mönster karaktäriseras av att lärarens användning av representationsformer har en specifik ordning. Strukturen ska enligt detta mönster börja med konkreta representationer, därefter bildmässiga och slutligen abstrakta.
5. Elevens val	Detta mönster karaktäriseras av att eleven själv får välja representation för att lösa matematiska uppgifter. Antingen presenterar läraren flera representationsformer att välja mellan eller så får eleven själv välja utifrån sina befintliga kunskaper.

2.2 Språkets roll i matematikundervisning

I kursplanen för matematik står de matematiska förmågorna framskrivna (Skolverket, 2022). De olika matematiska förmågorna är alla betydelsefulla för elevens kunskapsinhämtning och förmågorna överlappar varandra (Skolverket, 2014). I denna studie ligger vårt fokus på kommunikationsförmågan, vilket innebär att eleven ska ha förmåga att använda olika representationer, så som symboler, bilder eller termer för att både muntligt och skriftligt kommunicera sina matematiska tankar och idéer. Denna förmåga handlar dels om det egna befästandet av kunskaper, men även om förmågan att förmedla sina matematiska tankar till andra. God kommunikationsförmåga innebär också att eleven kan ta till sig och förstå andras matematiska tankar och idéer (Skolverket 2014). Både det muntliga

och skriftiga språket i matematiken är således centralt för elevens lärande. Språket har en stor roll i matematikundervisningen, både för läraren att driva undervisningen framåt och i helklassdiskussioner och grupparbeten (Askew, 2018; Cordero-Sity & Ghouseinis, 2022; Flores & Franklin, 2014; Kosko, 2020; Tzur m.fl. 2020; Van Putten m.fl. 2022). Forskning visar i relation till den sociokulturella teorin att läraren stöttar eleverna med hjälp av språket för att de ska komma vidare inom sin proximala utvecklingszon. Ur ett sociokulturellt perspektiv kan representationsformerna ses som de medierande redskapen som läraren och eleven använder för att skapa förståelse för sin omvärld. Forskningen visar även att läraren har en avgörande roll i planering och strukturering av representationsformer för att hjälpa eleven i den proximala utvecklingszonen (Askew, 2018; Cordero-Siy & Ghouseinis, 2022). Denna studie kommer vidare att studera språkets betydelse i relation till representationsformer i matematikundervisning.

2.3 Samtalsmönster

I forskningsöversikten *Klassrumdialog i matematikundervisningen – matematiska samtal i helklass i grundskolan* har Skolforskningsinstitutet (2017) sammanställt vad forskningsfältet säger om helklassdiskussioner i matematikklassrummet. Hufferd-Ackles med kollegor (2004) presenterar fyra nyckelfaktorer som kan vara till hjälp när samtal i matematikundervisning studeras. Dessa nyckelfaktorer är: *Vem som ställer frågor och vilken typ av frågor som ställs*, *Vem som förklarar och motiverar matematiska idéer*, *Vem som bidrar med matematiska idéer*, och *Vem som tar ansvar för lärandet och utvärderingen av matematiska resonemang*. I Skolforskningsinstitutets (2017) översikt presenteras även fyra olika samtalsmönster: *IRE*, *kumulativa samtal*, *disputerande samtal* och *utforskande samtal*. Dessa samtalsmönster karaktäriseras bland annat av i vilken utsträckning läraren ställer stängda eller öppna frågor. De öppna frågorna är av utforskande karaktär och syftar till hur eleverna tänkt medan de stängda frågorna är av mer utvärderande slag (med endast ett rätt svar) och kontrollerar om eleverna förstått eller inte. Elevernas deltagande och engagemang i andras idéer och lösningsförslag är det som till största del skiljer samtalsmönster från varandra (Skolforskningsinstitutet, 2017). De fyra olika samtalsmönstren beskrivs nedan.

2.3.1 IRE

Förkortningen IRE står för initiering, respons och evaluering (Skolforskningsinstitutet, 2017). I denna typ av samtalsmönster har läraren den ledande rollen och elevernas deltagande är mycket begränsat. Samtalen inleds ofta genom att läraren ställer en fråga till eleverna (initierar) för att sedan få ett svar från någon av eleverna (respons). Därefter bedömer läraren elevens svar (evaluerar). Samtalsmönstret IRE kännetecknas av att läraren ställer stängda frågor. Denna typ av samtalsmönster involverar inte elevernas egna idéer, tankar och lösningsförslag. Samtalsmönstret uppstår till största del mellan lärare och elev och inte eleverna emellan (Skolforskningsinstitutet, 2017).

2.3.2 Kumulativa samtal

Det kumulativa samtalsmönstret kännetecknas av elevernas deltagande och engagemang. Eleverna förväntas i dessa samtal dela med sig av sina egna idéer och lösningsförslag. Detta gör att läraren får djupare förståelse kring hur eleven tänkt och resonerat för att komma fram till sitt svar. I det kumulativa samtalet accepterar eleverna varandras idéer utan ifrågasättande. Därav är eleverna delaktiga genom att de både får redogöra för sina egna lösningsförslag och lyssna till sina klasskompisars redogörelser, vilka de accepterar okritiskt (Skolforskningsinstitutet, 2017).

2.3.3 Disputerande samtal

I det disputerande samtalet redogör och förklarar eleverna sina lösningar, men försvarar och argumenterar även för dem. I detta samtalsmönster försöker eleverna behålla kontrollen över den egna idéen och är inte intresserade av att ta till sig sina klasskompisars resonemang och tankar. Därmed drar eleverna inte lärdom av varandras idéer eller inspel (Skolforskningsinstitutet, 2017).

2.3.4 Utforskande samtal

Det utforskande samtalsmönstret menar Skolforskningsinstitutet (2017) vara det som matematikläraren bör eftersträva i sin undervisning. Dessa samtal genomsyras av lärarens öppet ställda frågor och synen på eleverna som lärresurser för varandra. De utforskande samtalen uppstår mellan lärare och elev, men även elever emellan. Därav har läraren en vägledande roll där eleverna är mycket delaktiga i samtalen. Under dessa samtal inkluderas alla elever och de förväntas inte endast presentera sina egna tankar, utan även förklara, motivera, argumentera och jämföra dem. I detta samtalsmönster engagera sig även eleverna i sina klasskompisars idéer och resonemang och respekterar dem då målet är att nå en gemensam enighet. Skolforskningsinstitutet (2017) menar att detta samtalsmönster bidrar med gemensamma matematiska resonemang i helklassdiskussionen, vilket i sin tur leder till djupare förståelse hos eleverna. Genom detta samtalsmönster och lärarens öppet ställda frågor kan elevernas egna idéer bekräftas och tas till vara, vilket blir utgångspunkten för det fortsatta matematiska lärandet hos individen (Skolforskningsinstitutet, 2017).

2.3.5 Faktorer som kan påverka samtalsdialogen

Utöver rådet att ställa öppna frågor, ger forskningen inte något självklart svar kring hur läraren bör gå till väga för att nå de *Utforskande samtalen* i sin matematikundervisning (Skolforskningsinstitutet, 2017). Hur samtalsdialogerna i matematikklassrummet utspelar sig och i vilken mån eleverna engagerar sig i samtalen är en följd av många olika handlingar från läraren. Utöver öppna och stängda frågor kan forskningen inte visa några tydliga samband mellan lärarhandlingar och samtalsmönster, men att lärarens agerande har stor betydelse för hur samtalen utspelar sig (Skolforskningsinstitutet, 2017). Trots att forskningen understryker vikten av att föra utforskande samtal i matematikklassrummet så visar den också att samtal av utforskande karaktär inte alltid behöver eller bör eftersträvas. Det kan bero på klassens kunskapsnivå och möjlighet att fokusera, lektionens syfte

eller vilka normer som finns etablerade i klassen. För att det utforskande samtalsmönstret ska kunna uppstå behöver eleverna vara trygga i att förklara, motivera och jämföra sina lösningsförslag och resonemang. Därför är det sociala normerna i klassen avgörande i relation till vilket typ av samtal som kan uppstå i matematikklassrummet (Skolforskningsinstitutet, 2017). Detta poängteras av Kilhamn och Nyman (2019) som menar att ett första steg i arbetet mot de utforskande samtalen är att fundera över vilka normer som råder i klassrummet. De betonar att läraren har ett stort ansvar gällande utformning och etablering av normer i matematikklassrummet och att det är normerna som styr hur både lärare och elever agerar och samtalar under matematiklektionerna. De klassrumsnormer som är etablerade påverkar vilka förväntningar som lärare och elever har på varandra (Kilhamn & Eckert, 2015). Dessa normer kan beskrivas genom det didaktiska kontraktet och kan exempelvis handla om vilka typer av svar läraren förväntar sig av eleverna, hur fel-svar behandlas i klassrummet eller vad olika uppgifter går ut på. Om läraren eller eleverna inte följer dessa normer kan sägas att det didaktiska kontraktet inte är tydligt etablerat i klassrummet eller att kontraktet utmanas (Kilhamn & Eckert, 2015). När läraren är medveten om de normer som råder och väljer att medvetet agera på olika sätt kan rådande normer utvecklas och nya normer etableras och befastas. Kilhamn och Nyman (2019) menar att det finns fyra normer som är särskilt viktiga att etablera för att nå de utforskande samtalen kring matematik. Dessa normer är att *“1. Samtalet handlar om matematiska idéer, 2. Alla orienterar sig mot varandra, 3. Allas bidrag är viktiga och 4. Alla vet hur de ska bidra till samtalet och följer överenskomna samtalsrutiner”* (Kilhamn & Nyman, 2019. s. 34).

2.4 Sociokulturellt perspektiv

Utbildning och skola bygger alltid på en tanke om vad kunskap och lärande betyder och innebär, vilket gör den teoriberoende (Säljö, 2017). Lev Semenovich Vygotskij (1896–1934) är en av de teoretiker vars arbete påverkat vår nutida syn på utveckling och lärande allra mest. Hans sociokulturella perspektiv är ett välkänt synsätt inom pedagogiken och har sitt ursprung i hans arbete rörande lärande och utveckling (Säljö, 2017). Vygotskij hävdade att kunskap och utveckling uppstår i samspel med omvärlden och att det är i sociala sammanhang och i interaktion som människan utvecklas och lär. I samspel med andra människor kan vi ta till oss kunskap (exempelvis vårt sätt att tänka, resonera och agera) och göra den till vår egen, vilket inom den sociokulturella teorin benämns med begreppet *appropriering* som är en synonym till lärande.

Inom den sociokulturella teorin är även begreppet *mediering* centralt, vilket innebär att människan använder sig av sina kulturella verktyg och redskap när hon skapar förståelse för sin omvärld (Säljö, 2017). Redskapen är kulturellt utvecklade resurser som kan vara både mentala och fysiska. Människan tar till sig de medierande redskapen succesivt genom att använda dem och så småningom *“bli ett med redskapet”*. Enligt den sociokulturella teorin innebär lärande att människan lär sig behärska redskapet och blir förtrogen med det. Vygotskij menade att språket är det enskilt viktigaste medierande

verktyget (Säljö, 2017). Genom språket kan människan ta till sig kunskap och skapa förståelse med sig själv och i interaktion med andra. Därmed har språket som verktyg både en yttre och en inre dimension. Människans tänkande ses som ett "inre tal" där redskap som inhämtats i socialt samspel med andra människor används. Säljö (2017) skriver att "*Språket är länken mellan social interaktion och tänkandet, och det yttre är med och skapar det inre*" (s.169) och menar att just detta är ett av Vygotskijs största bidrag vad gäller synen på lärande och kunskap.

Enligt Vygotskij är människan i ständig utveckling och är ibland i behov av guidning från en annan mer kompetent individ för att utveckling och lärande ska ske (Säljö, 2017). Den proximala utvecklingszonen hänvisar till det område mellan det som individen klarar av på egen hand och det som individen kan lösa med hjälp av vägledning från en mer kunnig person. Läraren besitter ofta rollen som den mer kompetenta individen i utbildningssammanhang, vilket innebär att läraren har en central roll för elevers kunskapsutveckling. Läraren vägleder eleverna i hur de ska använda ett kulturellt redskap med målet att utvecklas vidare inom den proximala utvecklingszonen och denna pedagogiska process benämner Vygotskij med begreppet *scaffolding* (Säljö, 2017). Säljö (2017) påpekar att resonemangen kring den proximala utvecklingszonen och lärares arbete genom scaffolding visar på den sociala interaktionens stora betydelse för lärande och utveckling.

De medierande redskapen hjälper människan att appropriera kunskap enligt den sociokulturella teorin. Representationsformerna som kategoriserats utifrån Behr m.fl.s (1992) ramverk kan förstås som olika medierande redskap, vilka hjälper eleverna att ta till sig kunskapen och blir ett lärande i sig. Då Vygotskij menar att språket är "redskapens redskap" (Säljö, 2017. s.168) anser vi det vara intressant att studera hur språket förhåller sig till de andra medierande redskapen (olika representationer). Den sociokulturella teorin är en social lärandeteori som skapar förståelse för betydelsen av mänsklig delaktighet i lärandeprocesser. Kommunikation och interaktion blir således en nyckel till utveckling (Säljö, 2017). Då vi i denna studie kommer undersöka hur verksamma lärare planerar och strukturerar användandet av representationer i klassrummet och vilka samtal som uppstår under dessa lektioner ser vi det ytterst relevant att använda oss av det sociokulturella perspektivet i vår diskussion.

3. Metod

I följande avsnitt presenteras vår forskningsmetod för studien. Vi redogör även för våra tillvägagångssätt inför vårt urval och vår datainsamling av empiriskt material. Därefter redogör vi för vår analysmetod och presenterar vår analysmatris som är verktyget vid analysarbetet. Metodavsnittet avslutas med ett etikavsnitt där våra etiska överväganden vid datainsamling och analys redovisas.

3.1 Kvalitativ metod

Syftet med denna studie är att studera vilka kombinationer av representations- och samtalsmönster som förekommer i matematikundervisning och om det är möjligt att urskilja något samband mellan dem. Då vi ska studera den sociala interaktionen mellan lärare och elever lämpar sig en kvalitativ forskningsmetod då Fejes och Thornberg (2019) menar att denna metod är fördelaktig när olika sociala interaktioner skall studeras.

3.1.1 Urval

Urvalet av skolor genomfördes baserat på tidigare etablerade kontakter. Förfrågan om deltagande skickades först till skolornas rektorer med bifogat informationsbrev samt förfrågan om deltagande (Se Bilaga 1 & 2). Matematiklärare som var intresserade av att delta i vår studie kontaktade sedan oss och via mail bokades observationstillfällena in på fyra olika grundskolor i kommunen. Observationerna genomfördes i fem olika klasser i årskurs fyra, fyra olika klasser i årskurs fem och tre olika klasser i årskurs sex. I och med detta observerades tolv olika matematiklärares matematikundervisning. De lärare som medverkade var både män och kvinnor och hade en variation vad gäller erfarenhet i yrket. Några lärare hade endast varit yrkesverksamma i ett par år och andra hade upp till 30 års yrkeserfarenhet. Då observationerna genomförts på olika grundskolor och med olika lärare inom samma kommun stärks studiens validitet. Detta då variationen av skolor och lärare kan bidra till mer generella resultat som kan sägas vara representativa för de skolor som finns inom kommunen. Urvalet av observerade lektioner baserades inte på vilket matematiskt innehåll som behandlades under lektionen.

3.1.2 Observation och fältanteckningar

För att kunna besvara frågeställningen om vilka representations- och samtalsmönster som förekommer så har vi valt att genomföra klassrumsobservationer i 12 olika mellanstadieklasser. Under besöken i klassrummen har vi använt oss av ett observationsprotokoll som observationsunderlag. Vårt fokus ligger på lärarens val i undervisningen då hans användning av representationer och ledarroll för samtal är det som är av vårt intresse. I utformning av observationsprotokollet användes kategoriseringen av representationsformer från Behr m.fl. (1992) samt Skolforskningsinstitutets (2017) ramverk över samtalsmönster och de olika nyckelfaktorer vilka har betydelse för hur matematiksamtalet gestaltar sig. Observationsprotokollen finns som bilagor (Se Bilaga 3 & 4). Vid observationerna antecknades även lektionernas händelseförlopp och egna iakttagelser vad gäller exempelvis elevernas engagemang och delaktighet.

3.2 Analysmetod

För att analysera vår data har vi valt att konstruera ett analysverktyg i form av en matris där lärarens användning av olika representationsformer och kännetecken av samtalsmönster under de observerade lektionerna synliggörs (Se Tabell 2 nedan). Behr m.fl.s (1992) ramverk gällande representationsformer användes som verktyg för att identifiera vilka representationsformer läraren använder i matematikundervisningen. Med hjälp av detta kommer vi därefter att urskilja de representationsmönster som förekommit under lektionerna. Med utgångspunkt i Skolforskningsinstitutets redogörelse (se avsnitt 2.3 *Samtalsmönster*) har vi i matrisen utformat kriterier som kännetecknar de fyra olika samtalsmönstren. Detta blir vårt verktyg för att identifiera vilka samtalsmönster som uppstått under lektionerna. Utifrån analysmatrisen kan lektionernas representations- och samtalsmönster identifieras och vi kan beskriva respektive lektion.

Då vi utgick från ett varsitt observationsprotokoll under våra observationer blev det första steget i vår analysprocess att jämföra våra olika observationsprotokoll med varandra. Därefter sammanställde vi dessa till ett gemensamt protokoll som fick representera respektive lektion. Då vi var två studenter som genomförde observationerna och sammanställde dessa tillsammans stärks studiens reliabilitet. Protokollen användes sedan som underlag vid analys, med hjälp av analysmatrisen. Anteckningarna, vad gäller händelseförlopp och elevengagemang, på det gemensamma observationsprotokollet har även används vid analysen. Under analysarbetet skapades tydliga riktlinjer kring vad de observerade lektionerna skulle innehålla för att de olika representationsformerna skulle kunna identifieras. För att en lektion skulle innehålla representationsformen *Verklighet* bestämde vi att läraren tydligt skulle koppla innehållet till elevernas vardag. Exempelvis att läraren lät eleverna mäta hur lång väg de har till skolan. Om läraren gav eleverna en uppgift angående olika glassar valde vi inte att tolka det som att läraren använt representationsformen *verklighet*, bara för att de flesta barn vet vad en glass är. Men skulle läraren välja att ta med sig glass till skolan och låta eleverna skopa upp och räkna på antalet kombinationer för tre olika glassmaker så menar vi att läraren hade använt representationsformen *verklighet*.

Under en genomgång är det självklart att läraren pratar och ställer frågor till eleverna och på så sätt använder sitt språk, därmed har representationsformen *Språk* identifierats i samtliga lektioner. För att vi ska kunna besvara våra frågeställningar gällande representationsmönster har vi dock valt att endast låta lektioner där läraren gjort ett aktivt val kring språkanvändning i sin undervisning att klassificeras som representationsformen *språk*. Läraren har i dessa fall låtit eleverna samtala eller diskutera i par eller grupper. Om läraren valt att låta eleverna skriva en text där de förklarar ett matematiskt innehåll, exempelvis genom att de med egna ord ska besvara frågan: "Vad är skillnaden mellan omkrets och area?", så har vi även klassificerat detta som representationsformen *språk*. Representationsformerna *Symboler*, *Bildmodell* och *Konkret modell* var lättare att identifiera under analysarbetet och därmed krävdes inga tydligare riktlinjer utöver beskrivningarna under rubrik 2.1 *Representationsmönster*.

Under analysarbetet gick vi igenom de uppsatta kännetecknen av olika samtalsmönster, utifrån analysmatrisen, för respektive lektion. Om vi ansåg att ett kännetecken stämde överens med observationsprotokollet markerades kännetecknet. För att ett samtalsmönster ska vara uppnått under en lektion har vi valt att majoriteten av kännetecknen i kolumnen ska vara markerade. Notera att det under en lektion kan finnas olika typer av samtalsmönster, men i denna studie kommer våra resultat av samtalsmönster benämnas som *IRE*, *Kumulativt samtal*, *Disputerande samtal*, *Kumulativa samtal på väg mot utforskande* och *Utforskande samtal*. Vi menar alltså att om samtalet under en lektion till största del kännetecknas till ett specifikt samtalsmönster så kommer detta samtalsmönster att få representera hela lektionen. Vi har valt att lägga till ytterligare ett samtalsmönster som vi valt att benämna *Kumulativa samtal på väg mot utforskande* då vi under vårt analysarbete insåg att flera lektioner uppfyllde alla kriterier för kumulativa samtal och några av kriterierna för utforskande samtal. För att en lektion ska klassificeras som samtalsmönstret *Kumulativa samtal på väg mot utforskande* ska minst två av sju kriterier för utforskande samtal vara uppfyllda.

Tabell 2
Analysmatris

REPRESENTATIONS-FORMER	SAMTALSMÖNSTER			
	IRE	KUMULATIVT	DISPUTERANDE	UTFORSKANDE
Verklighet	Läraren ställer stängda frågor.	Läraren ställer stängda och öppna frågor.		Läraren ställer mestadels öppna frågor.
Språk	Läraren leder hela samtalet.			Eleverna hjälper till att driva samtalet framåt och ställer frågor.
Symbol	Samtal mellan lärare och elev.	Samtal mellan lärare och elev.	Samtal mellan lärare-elev och elev-elev.	Samtal mellan lärare-elev, elev-elev och elev-lärare.
Bildmodell	Eleverna ger korta svar på lärarens frågor.	Eleverna förklarar sina idéer och lösningsförslag.	Eleverna förklarar, argumenterar och försvarar sina egna idéer och lösningsförslag.	Eleverna förklarar, motiverar och jämför sina idéer och resonemang.
Konkret modell		Lärare och elever accepterar okritiskt varandras idéer och lösningar.	Eleverna är ointresserade av varandras lösningar.	Elevernas idéer och lösningsförslag respekteras och bidrar till fortsatt samtal. Klassen försöker nå enighet tillsammans. Alla elever inbjuds till att delta i samtalet.

3.3 Etiska överväganden

De skolor som blev kontaktade med förfrågan om deltagande i studien var grundskolor där vi sedan tidigare hade etablerade kontakter. Av effektivitetsskäl var detta fördelaktigt då vi snabbt kunde komma i kontakt med skolorna och påbörja observationerna. Trots att skolorna inte valdes ut slumpmässigt bidrar de ändå med en variation vad gäller kulturell tillhörighet och socioekonomiska förutsättningar bland eleverna. Tre av skolorna är kommunala och den fjärde skolan är en friskola, vilket ger en bredd vad gäller skolstyrning och gör dem till bra representanter för skolorna i kommunen. Valet att genomföra observationer i tolv olika klassrum och med tolv olika lärare stärker studiens validitet då studien får en bredd och variation vad gäller olika pedagogiska val och undervisningssätt.

Vid deltagande i forskning är det informerade samtycket en grundläggande utgångspunkt (Eldén, 2020). De som deltar i studien skall därmed få ta del av information inför observationen, ge samtycke till deltagande samt veta att deltagandet är helt frivilligt. Vi valde därför att skicka *Förfrågan om deltagande* och *Informationsbrev till vårdnadshavare* (Se Bilaga 1 & 2) till de matematiklärare som medverkade i studien. I dokumentet *Förfrågan om deltagande* delgav vi all nödvändig information som lärarna behövde för att ta beslut kring deltagande, men förtydligade även att lärarna kunde kontakta oss ifall de hade fler frågor eller funderingar. De medverkande lärarna fick själva besluta kring huruvida de ville skicka dokumentet *Informationsbrev till vårdnadshavare* vidare till de berörda vårdnadshavarna, eftersom ingen inspelning eller insamling av personuppgifter genomfördes. Inför observationerna informerades eleverna om att deras namn och personuppgifter inte skulle komma att antecknas och att vårt fokus skulle ligga på läraren under observationen. Eftersom inga namn eller personuppgifter antecknades under observationerna var vår insamlade data redan anonymiserad till viss del. För att vi under vår analys skulle kunna särskilja de olika lektionerna åt valde vi att anteckna skolans namn samt årkurs på observationsprotokollen. För att inte kunna ta reda vilken lärare vi observerat kommer observationsprotokollen och allt datamaterial att raderas efter avslutat arbete.

4. Resultat

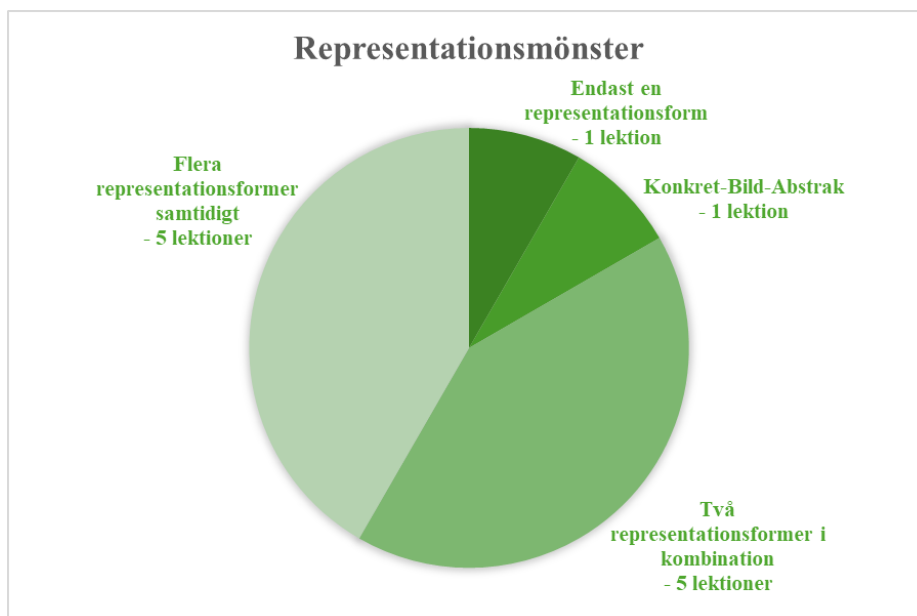
I följande avsnitt redovisas vilka resultat som framkommit av den empiriska undersökningen. Till en början presenteras våra kvantitativa resultat vad gäller vilka representationsmönster och samtalsmönster som identifierats under de observerade matematiklektionerna. Därefter presenteras även de kombinationer av representations- och samtalsmönster som förekommit. Slutligen redovisas våra kvalitativa resultat vad gäller de identifierade sambanden mellan representations- och samtalsmönster i vårt datamaterial.

4.1 Identifierade representationsmönster

I vår analys har lärarens användning av olika representationsformer under matematiklektionen identifierats och sedan kategoriserats i de olika representationsmönstren *Endast en representationsform*, *Två representationsformer i kombination*, *Flera representationsformer samtidigt*, *Konkret-Bild-Abstrakt* och *Elevens val*. Respektive matematiklektion har endast kategoriserats till ett enskilt representationsmönster, då vi under lektionerna kunde urskilja ett mönster som var mer framträdande än de andra. Resultatet sammanfattas i Figur 1. En lektion kategoriserades som *Endast en representationsform*. Fem lektioner kategoriserades till representationsmönstret *Två representationsformer i kombination*. Mönstret *Konkret-Bild-Abstrakt* blev endast en lektion kategoriserad till. Resterande fem lektioner kategoriserades till mönstret *Flera representationer samtidigt*. Ingen av de observerade matematiklektionerna kategoriserades till representationsmönstret *Elevens val* eftersom eleverna själva inte fick möjlighet att välja representationsform då läraren redan gjort valet åt dem. Representationsmönstret *Konkret-Bild-Abstrakt* har identifierats på fler lektioner än vad resultatet visar, detta då mönstret också förekommit på de lektioner som fått kategoriseringen *Flera representationer samtidigt*. För att en lektion ska ha kategoriserats till *Konkret-Bild-Abstrakt* ska endast de tre representationsformerna använts i den specifika ordningen. Vi är medvetna om att vissa representationsmönster kan överlappa varandra och därför har vi varit noggranna i vår analys vad gäller karaktärsdragen för respektive representationsmönster (Se Tabell 1).

Figur 1

Identifierade representationsmönster

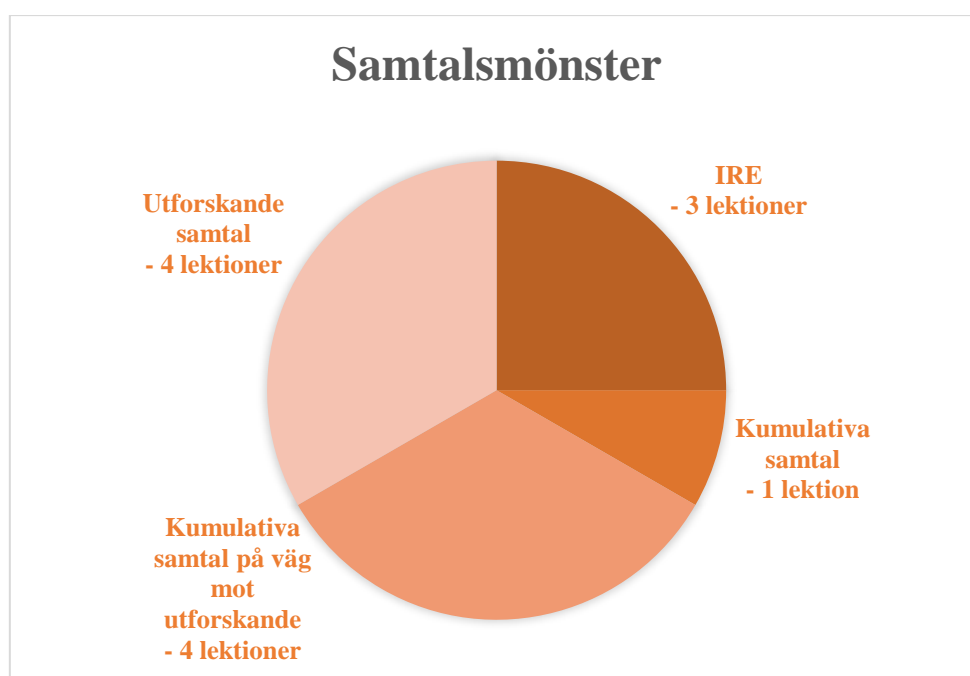


4.2 Identifierade samtalsmönster

Under analysarbetet har ett övergripande samtalsmönster identifierats i respektive lektion och resultatet sammanfattas i Figur 2. Resultatet visar att alla samtalsmönster, utom det disputerande, har identifierats under de olika observationerna. Tre av de tolv observerade lektionerna identifierades som samtalsmönstret *IRE*. Endast en lektion tilldelades samtalsmönstret *Kumulativa samtal* och fyra av de tolv lektionerna har identifierats som *Kumulativa samtal på väg mot utforskande*. Även samtalsmönstret *Utforskande samtal* har identifierats i fyra lektioner. Som figur 2 visar har vi inte identifierat något *Disputerande samtal* under någon av de observerade lektionerna utifrån de kriterier vi använt i vår analys.

Figur 2

Identifierade samtalsmönster



4.3 Identifierade kombinationer av representations- och samtalsmönster

I vårt analysarbete har kombinationer av representations- och samtalsmönster under matematiklektionerna identifierats. I Figur 5 nedan synliggörs dessa kombinationer. Lektion ett, två och elva hade alla samma kombination: *Flera representationsformer samtidigt & Kumulativa samtal på väg mot utforskande*. Lektion nio och tolv har också representationsmönstret *Flera representationsformer samtidigt*, men dessa lektioner har uppnått *Utforskande samtal*. I figuren nedan synliggörs även att lektion tre och åtta har samma kombination vad gäller representations- och samtalsmönster. Denna kombination var *Två representationsformer i kombination & IRE*. Resterande lektioner hade unika kombinationer av representations- och samtalsmönster.

Tabell 3

Identifierade kombinationer av representations- och samtalsmönster

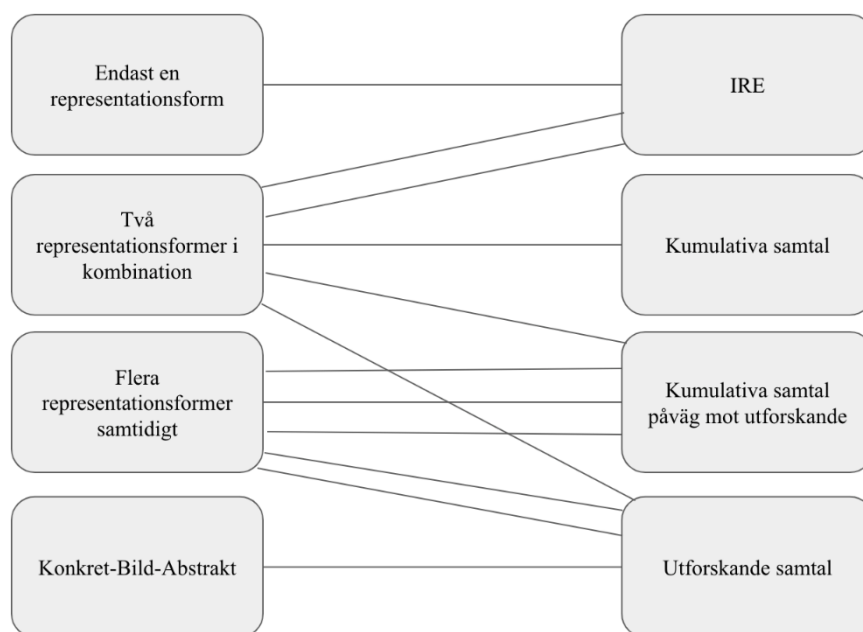
	Representationsmönster	Samtalsmönster
Lektion 1	Flera representationsformer samtidigt	Kumulativa samtal på väg mot utforskande
Lektion 2	Flera representationsformer samtidigt	Kumulativa samtal på väg mot utforskande
Lektion 3	Två representationsformer i kombination	IRE
Lektion 4	Två representationsformer i kombination	Kumulativa samtal på väg mot utforskande
Lektion 5	Endast en representationsform	IRE
Lektion 6	Konkret-Bild-Abstrakt	Utforskande samtal
Lektion 7	Två representationsformer i kombination	Utforskande samtal
Lektion 8	Två representationsformer i kombination	IRE
Lektion 9	Flera representationsformer samtidigt	Utforskande samtal
Lektion 10	Två representationsformer i kombination	Kumulativa samtal
Lektion 11	Flera representationsformer samtidigt	Kumulativa samtal på väg mot utforskande
Lektion 12	Flera representationsformer samtidigt	Utforskande samtal

4.4 Identifierade samband mellan representations- och samtalsmönster

De identifierade samband mellan representations- och samtalsmönster som synliggjorts i vårt analysarbete utifrån de observerade lektionerna presenteras i detta avsnitt. I denna djupanalys redovisas även samband mellan vissa specifika representationsformer och olika samtalsmönster. De samband som presenteras är de samband vi kunnat urskilja utifrån vår datainsamling, därmed är våra resultat inte generella och gäller inte i alla sammanhang. Genom Figur 3 nedan försöker vi ge en överskådlig bild över våra observationer och vilka samband som finns mellan representations- och samtalsmönster där varje förbindelselänk representerar en observerad lektion.

Figur 3

Samband mellan representations- och samtalsmönster



4.4.1 Samband mellan symboler och IRE

Som figur 3 visar har en av de observerade lektionerna (lektion 5) kategoriserats som representationsmönstret *Endast en representationsform* och den specifika representationsformen som användes var *Symboler*. Under lektionen använde läraren endast symboler genom att visa olika tal på en powerpointpresentation och samtalsmönstret som identifierades var *IRE*. Ytterligare två lektioner hade samtalsmönstret *IRE* men dessa lektioner kategoriserades i stället som representationsmönstret *Två representationsformer i kombination*. Under dessa två lektioner var representationsformen *Symbol* dominerande men lektionerna hade några få inslag av representationsformen *Bildmodell*. Ett exempel på detta ser vi i lektion 3 där läraren höll en genomgång om klockan och olika tidszoner. Läraren använde i huvudsak symboler i form av siffror för att skriva olika tider på tavlan men valde även att visa några bilder på ett par klockor, vilket vi tolkade som representationsformen *Bildmodell*. Då lärarna vid dessa lektioner endast, eller till största del, använt *Symboler* som representationsform och samtalsmönstret *IRE* har uppstått ser vi ett tänkbart samband mellan lärarens strama användning av representationsformer, med fokus på *Symboler*, och samtalsmönstret *IRE*.

4.4.2 Bildmodell och dess möjliggörande för olika samtal

Ytterligare tre lektioner har kategoriserats som representationsmönstret *Två representationsformer i kombination* och även dessa innefattar att läraren använder representationsformerna *Symbol* och *Bildmodell*, men i dessa fall har *Bildmodell* fått betydligt större utrymme under lektionen. Vid dessa

tre lektioner har tre olika samtalsmönster identifierats. På lektion 10 använde läraren sig av symboler och bilder på praliner i sin genomgång. Läraren ställde mestadels stängda frågor där eleverna svarade med enkla och korta svar. Vissa öppna frågor ställdes från läraren där eleverna svarade med mer utvecklade svar som accepterades okritiskt av både lärare och elever. Därmed identifierades samtalsmönstret *Kumulativa samtal* under lektion 10. Lektion 4 hade ett liknande upplägg vad gäller representationsformer. Dock ställde läraren fler öppna frågor och elevernas svar bidrog till fortsatt samtal. Läraren bjöd även in fler elever till att bygga vidare på de andra elevernas resonemang, vilket visas nedan.

Läraren: Kurre står vid 2,5. Vad ska jag avrunda det till då? Vad tänker du E1?

Elev 1: Jag tänkte 3.

Läraren: Ja, det stämmer, men varför är det så? Vill du förklara E2?

Elev 2: Om det är halv så ska man avrunda upp.

Därmed identifierades samtalsmönstret *Kumulativa samtal på väg mot utforskande* under lektion 4. Den sista lektionen kategoriserades som representationsmönstret *Två representationsformer i kombination* är lektion 7. Under denna lektion identifierades samtalsmönstret *Utforskande samtal* då lektionen uppnådde 6 av de 7 kriterierna för det *Utforskande samtalet* i vår Analysmatrix. På lektionen använde läraren *Bildmodell* som exempelvis bilder på olika glassar och staketbyggen och ställde mestadels öppna frågor. Eleverna var delaktiga i att ställa egna frågor och driva samtalet framåt. Eleverna förklarade även för varandra och försökte nå enighet tillsammans. Detta visas i dialogen nedan där elev tre och fyra bygger vidare på den idé som elev två kommer med. Läraren vägleder eleverna framåt men vill att eleverna tillsammans genom olika förslag och resonemang skall hitta en gemensam lösning.

Elev 1: Kan man räkna 8 gånger 4 då?

Läraren: Tänker du omkrets nu?

Elev 1: Ja, kanske...

Elev 2: Men om man delar upp den.

Läraren: Ja, hur tänker du då?

Elev 3: Ja, för om man delar den där och där!

Elev 4: Ja, då blir det de här måtten på rektanglarna. (Visar på tavlan)

De lektioner som kategoriserats till representationsmönstret *Två representationsformer i kombination* har alla behandlat representationsformerna *Symboler* och *Bildmodell*. Trots detta har lektionerna identifierats till olika samtalsmönster vilket gör det svårt att urskilja ett tydligt samband mellan dem. Dock har ett tänkbart samband uppmärksamats mellan bildmodellens roll i undervisningen och

vilket samtalsmönster som identifierats. När lärarna i de observerade lektionerna gav representationsformen *Bildmodell* större plats i undervisningen blev samtalsmönstret av mer utforskande karaktär.

4.4.3 Flera representationsformer samtidigt och samtal av mer utforskande karaktär

Fem av de tolv observerade lektionerna blev kategoriserade till representationsmönstret *Flera representationsformer samtidigt*. I samtliga fem lektioner har representationsformerna *Språk*, *Symbol* och *Bildmodell* identifierats. I fyra av de fem lektionerna identifierades även *Konkret modell* och endast en av lektionerna innehöll representationsformen *Verklighet*. I tre lektioner som kategoriserats som *Flera representationsformer samtidigt* identifierades samtalsmönstret *Kumulativa samtal på väg mot utforskande* (Se Figur 3). Lektion 11 är en av dem och under lektionen använde läraren representationsformerna *Symbol*, *Bildmodell* och *Språk*. Genom sin PowerPoint användes symboler och bilder på godis för att representera olika multiplikationsuppgifter. Genom att läraren bad eleverna att prata med varandra i olika "snackis"-övningar användes även representationsformen *Språk*. Under lektionen ställde läraren både öppna och stängda frågor och eleverna bjöds in till att delge sina lösningsförslag. Samtalet skedde mellan lärare och elev men även eleverna emellan. Nedan är ett exempel från lektionen där läraren ställt en öppen fråga, eleven svarar och förklarar, sedan bjuder läraren in de andra eleverna i samtalet. Dock accepterades lösningen okritiskt och läraren gick vidare till nästa uppgift, därav betraktar vi det inte som helt utforskande.

- Läraren:** Två gånger 300, E vill du berätta vad jag ska göra? Guida mig!
- Elev:** (Eleven berättar steg för steg hur man ska gå till väga för att lösa multiplikationen)
- Läraren:** Håller ni andra med?
- Alla elever:** Ja!

Även lektion 9 har kategoriserats till representationsmönstret *Flera representationsformer samtidigt* och under denna lektion använde läraren alla fem representationsformer. Lektionen behandlade beräkning av area och läraren använde både symboler, bilder och konkret material i form av utklippta kvadratcentimeter, kvadratdecimeter och kvadratmeter i sin genomgång. Då läraren använde verklighetsförankrade exempel, så som skolans fotbollsplan, och att eleverna på egen hand fick mäta inne i klassrummet representeras begreppet area genom representationsformen *Verklighet*. Läraren valde även att låta eleverna samtala i par och skriva om begreppen med egna ord i en exit-ticket, vilket gjorde att representationsformen *Språk* användes. Denna lektion visade alla karaktärsdrag för det *Utforskande samtalet*. Under lektionen ställde läraren mestadels öppna frågor vilket medförde att elevernas idéer och lösningsförslag synliggjordes och drev samtalet framåt. Dialogen nedan kommer från lektion 9 där elev ett ställer en nyfiken fråga och driver samtalet framåt genom att själv bidra med en matematisk idé. Läraren flikar då in med viktigt begrepp men låter eleverna föra samtalet.

- Elev 1:** Så om man har räknat ut att det blir 10 på ena längden och 10 på bredden. Då kan man alltså räkna ut arean? Typ 10 gånger 10 och då får man hundra?
- Läraren:** Ja, precis! 100 kvadratcentimeter.
- Elev 2:** Men om det står 10 dm gånger 10 dm?
- Läraren:** Ja, då får man också tänka 10 gånger 10.
- Elev 2:** 100.
- Läraren:** Ja, då får vi 100 kvadratdecimeter.

De fem lektioner som presenterats ovan synliggör ett tänkbart samband mellan lärarens användning av *Flera representationsformer samtidigt* i sin matematikundervisning och samtalsmönster av mer utforskande karaktär. Lektion 6 kategoriserades till representationsmönstret *Konkret-Bild-Abstrakt*. Strukturen synliggjordes även under lektion 9 men under denna lektion använde läraren även representationsformerna *Verklighet* och *Språk* vilket medförde att kategoriseringen av representationsmönstret blev *Flera representationsformer samtidigt*. Både i lektion 6 och 9 identifierade vi samtalsmönstret *Utforskande samtal*, vilket skulle kunna visa på ett samband mellan lärarens användning av representationsmönstret *Konkret-Bild-Abstrakt* och uppkomsten av *Utforskande samtal*. Om vi i vår metod valt att inte använda oss av representationsmönstret *Konkret-Bild-Abstrakt* hade denna lektion i stället kategoriserats till representationsmönstret *Flera representationsformer samtidigt*, vilket hade förtydligat sambandet mellan mönstret *Flera representationsformer samtidigt* och samtal av mer utforskande karaktär ytterligare.

4.4.4 Samband mellan konkret modell och elevengagemang

I tre av de fyra lektionerna där samtalsmönstret *Utforskande samtal* identifierats använde sig läraren av konkreta modeller för att förklara det matematiska innehållet. Utöver dessa lektioner har representationsformen *Konkret modell* använts i ytterligare två lektioner, som har identifierats till samtalsmönstret *Kumulativa samtal på väg mot utforskande*. Därmed ser vi ett samband mellan lärarens val att använda konkreta modeller i sin undervisning och uppkomsten av samtal av mer utforskande karaktär. I observationsprotokollen har vi även antecknat lektionernas händelseförlopp och olika iakttagelser, exempelvis eleverna engagemang och delaktighet i matematikgenomgången. Utifrån dessa fältanteckningar har vi identifierat ett samband mellan användning av konkreta modeller och elevernas engagemang och delaktighet i undervisningen och lektionens samtal. När konkreta modeller används har elevernas engagemang och delaktighet antecknats som högre i jämförelse med de lektioner där läraren inte använt sig av konkreta modeller. Nedan presenteras en dialog från lektion 6. Läraren börjar lektionen med att ställa frågor om olika geometriska figurer som hen klippt ut på

färgglada papper. Under lektionen får eleverna sedan klippa och klistra för att synliggöra triangeln och rektangelns vinkelsumma. Under lektionen arbetade eleverna med sin bänkkompis och de fick därefter delge sina lösningar och samtalet utvecklade sig på följande sätt.

- Läraren:** Vad är det här för figur?
- Elev 1:** Det är en rektangel.
- Läraren:** Hur kan man se att det är en rektangel?
- Elev 2:** Sidorna till vänster och höger är lika långa och de uppe och nere är lika långa.
- Läraren:** Ja, precis. Några begrepp man kan använda då är bas och höjd. Om du hade fått använda dem kanske det hade varit lättare att förklara. Kan vi säga något mer om rektangeln?
- Elev 3:** Alla vinklar är 90 grader.
- Läraren:** Ja, det är något vi kallar för räta vinklar. Något mer vi kan säga som kännetecknar en rektangel?
- Elev 3:** Att linjerna är parallella.
- Läraren:** Ja, exakt. De är parallella och det är det som gör att vinklarna blir 90 grader.

I dialogen ovan ställer läraren både stängda och öppna frågor. Elevernas svar innehåller förklaringar med matematiska idéer som bidrar till fortsatt samtal där många elever är involverade. Detta är kännetecknet för ett *Utforskande samtal* som här uppnås med hjälp av de konkreta modellerna. Läraren försökte under lektionen att bjuda in alla elever i samtalet och tillsammans nådde de enighet, vilket tydligt framgick i slutet av genomgången då läraren knyter ihop lektionen genom att fråga eleverna vilken slutsats de tillsammans kan dra från dagens lektion.

- Läraren:** Vilken slutsats drog vi angående rektangeln?
- Elev:** Att vinkelsumman är 360 grader.
- Läraren:** Ja, alltid i alla rektanglar! Och nu har vi bevisat att vinkelsumman i en triangel alltid är 180 grader, oavsett hur stor triangeln är!

5. Diskussion

I följande avsnitt ges inledningsvis en kort sammanfattning av studiens resultat. Därefter följer en resultatdiskussion där resultaten i studien diskuteras i relation till det sociokulturella perspektivet på lärande. Därpå diskuterar vi studiens metod, konsekvenser för undervisning och slutligen presenterar vi våra rekommendationer för fortsatta studier.

5.1 Resultatsammanfattning

I denna empiriska studie användes frågeställningen “Vilka kombinationer av representations- och samtalsmönster förekommer i matematikundervisningen?”. Vår data visar att det finns många olika kombinationer av detta. De mest förekommande kombinationerna är *Två representationsformer i kombination* (med fokus på representationsformen *Symbol*) & *IRE*, *Flera representationsformer samtidigt* & *Kumulativa samtal på väg mot utforskande* samt *Flera representationsformer samtidigt* & *Utforskande samtal* (Se Tabell 3). Gällande studiens andra frågeställning “Går det att urskilja några samband mellan representations- och samtalsmönster?” visar analysen av de tolv observerade lektionerna att det går att urskilja vissa samband mellan representations- och samtalsmönster. Ett samband är att när läraren väljer att använda få representationsformer har vi identifierat samtalsmönstret *IRE*. I dessa fall har lektionens fokus legat på representationsformen *Symboler*. Det andra sambandet som framkommit är att när läraren i större utsträckning använder sig av representationsformen *Bildmodell* utöver *Symboler* blir samtalsmönstret av mer utforskande karaktär. Det tredje sambandet visar på att lärarens användning av *Flera representationsformer samtidigt* skapar *Utforskande samtal* i högre utsträckning (Se figur 3). I dessa fall har lärarna använt representationsformerna *Språk*, *Symbol* och *Bildmodell*. Även representationsformen *Konkret modell* användes i majoriteten av de lektioner där detta samband identifierats. Det leder oss vidare in på det fjärde sambandet. Detta samband visar att lärarens användning av konkreta modeller i sin undervisning bidrog till ökat engagemang och delaktighet bland eleverna, vilket i sin tur gav samtal av mer utforskande karaktär.

5.2 Resultatdiskussion

5.2.1 Samband mellan representations- och samtalsmönster

I vårt tidigare självständiga arbete framkom att användning av flera representationsformer främjar elevens kunskaper inom matematiken. I denna empiriska studie valde vi att studera hur läraren använder och strukturerar olika representationsformer i sin undervisning och hur detta möjliggör för olika typer av samtal. I studien har flera samband kunnat identifieras mellan representations- och samtalsmönster. När läraren använder en eller två representationsformer i sin undervisning med störst fokus på representationsformen *Symboler* har samtalsmönstret resulterat i *IRE*, vilket Skolforskningsinstitutet (2017) menar vara det samtalsmönster som utmanar eleverna minst. Matematiken är i sig mycket abstrakt och med hjälp av olika representationsformer menar Roos och Trygg (2018) att det är möjligt att kommunicera matematiken. Som nämnts tidigare visar viss forskning att elever kan förvirras av användning av många olika representationsformer i undervisning. Foster (2022) menar att användning av en noga utvald representationsform skapar trygghet hos eleverna och främjar deras kunskapsutveckling. Ur ett sociokulturellt perspektiv kan den noga utvalda

representationsformen liknas vid ett medierande redskap som genom konstant och upprepad användning hjälper eleven att appropriera kunskap. Utifrån resultaten i denna studie kan konstant och ensidig användning av endast en representationsform ifrågasättas. Om målet är att nå de utforskande samtalen, vilket Skolforskningsinstitutet (2017) hävdar hjälper elever att skapa djupare förståelse för matematiken, så bör denna noggrant utvalda representationsform i så fall vara något annat än *Symboler*. Detta eftersom våra resultat visar att stor användning av *Symboler* resulterat i samtalsmönstret *IRE*. Selling (2017) menar att flera olika representationsformer är avgörande för elevens djupare kunskapsutveckling. Denna studie har synliggjort ett samband mellan att läraren i allt högre grad använder sig av representationsformen *Bildmodell* i sin undervisning och att samtalsmönster då blir av mer utforskande karaktär. När läraren använt sig av flera representationsformer och där representationsformen *Konkret modell* varit inkluderad har samtalsmönstren uppfyllt ytterligare fler kriterier för det *Utforskande samtalet*. Ur ett sociokulturellt perspektiv tolkar vi detta som att eleverna får flera nya medierande redskap att använda sig av för att få förståelse för den nya matematiken. Redskapen kan vara ett verktyg som eleven kan använda i kommunikation med sig själv och med andra. Utifrån detta påstår vi att när eleven får flera olika medierande redskap presenterade för sig genom läraren kan eleven appropriera kunskapen och matematiken blir enklare att samtala om. Därmed visar denna studie att användning av flera olika representationsformer är att föredra om målet är att nå de *Utforskande samtalen*. Nedan är ett citat från en lärare som medverkat i en av våra observationer som vi anser poängterar en del av vårt resultat i studien.

Lärare: Man måste se saker på olika sätt för att förstå dem!

5.2.2 Möjliggör konkreta modeller för utforskande samtal?

Vårt tidigare självständiga arbete visade att strukturen *Konkret-Bild-Abstrakt* är ett framgångsrikt representationsmönster att följa i relation till elevens lärande och kunskapsutveckling. Genom denna struktur blir övergången mot den mer abstrakta matematiken enklare för elever att förstå och följa (Larsson & Palm, 2023). Utifrån vårt resultat i den tidigare studien anser vi att representationsformen *Konkret modell* är intressant att diskutera. I denna studie har strukturen *Konkret-Bild-Abstrakt* endast förekommit i två av de tolv observerade lektionerna. Dock har andra intressanta samband identifierats i relation till användning av olika konkreta modeller. I studien identifieras ett samband mellan lärares användning av konkreta modeller och samtalsmönstren *Kumulativa samtal på väg mot utforskande* och *Utforskande samtal*. Under analysarbetet funderade vi över detta. Är det så att konkreta modeller faktiskt möjliggör för *Utforskande samtal*? Genom att studera vår data uppmärksammade vi att när läraren använt sig av konkreta modeller i undervisningen hade elevernas delaktighet och engagemang vad gäller att lyssna på läraren och klasskompisarna, ställa frågor, diskutera och ge utvecklande svar

noterats i högre grad. Därmed har vi tolkat våra resultat som att de konkreta modellerna bidrar till ökat elevengagemang och delaktighet. Ett kännetecken och en förutsättning för de utforskande samtalen är enligt Skolforskningsinstitutet (2017) att läraren vägleder sina elever genom att de inkluderas och är delaktiga i samtalet. Att eleverna blir inkluderade och vill engagera sig i undervisningen bli därmed avgörande för att nå samtal av mer utforskande karaktär. En slutsats vi drar av våra två självständiga arbeten är att när eleven får använda konkreta modeller underlättas inläringen och förmågan att kommunicera matematik i utforskande samtal.

5.2.3 Klassrumsnormer och det didaktiska kontraktet

Två av våra observerade lektioner (lektion 1 och 2) identifierades till samma representations- och samtalsmönster: *Flera representationsformer samtidigt* och *Kumulativa samtal på väg mot utforskande*. Trots detta upplevde vi att interaktionen mellan lärare och elever skiljdes sig åt markant under dessa två lektioner, vilket visat sig i våra anteckningar i observationsprotokollen. Under lektion 1 är det läraren som driver samtalet framåt och ställer många frågor till eleverna. Eleverna ger svar och deras förklaringar och resonemang bidrar till fortsatt samtal. Dock får läraren upprepa eller omformulera sina frågor flera gånger då eleverna inte nappar på hans försök till samtal. Vår tolkning av lektionen är att läraren och eleverna inte är helt samspelade vad gäller vilka frågor som ställs och hur dessa ska besvaras. Kilhamn och Eckert (2015) menar att det didaktiska kontraktet utmanas när läraren eller eleverna inte följer de etablerade normer som finns i klassrummet. I detta fall visar den observerade lektionen på att läraren i lektion 1 försöker utmana det didaktiska kontraktet och eftersträvar ett *Utforskande samtal*, men att eleverna inte är redo att följa. Även under lektion 2 påstår vi att läraren och elevernas olika syn på klassens normer synliggjordes. På denna lektion var det i stället eleverna som styrde samtalet och ställde många frågor. Nedan är ett utdrag ur en dialog under lektionen.

- Elev:** Vad heter figurer som har fler hörn än fyra?
- Läraren:** Det beror på hur många hörn. Man får räkna hörnen. Man kan säga månghörningar.
- Elev:** Tänk om en figur har så många sidor så det ser ut som en cirkel. Vad kallas den då?
- Läraren:** Då är det en månghörning.

Vi tolkar dialogen som att läraren bromsar samtalet och inte bygger vidare på elevens nyfikna fråga. I ett samtal med läraren efter den observerade lektionen uttryckte hen sin osäkerhet kring ämnet och att hen helst inte vill undervisa i matematik. En slutsats vi drar utifrån dessa observationer är att lärarens kompetens inom ämnet är avgörande för att hen ska vara trygg i sin roll som samtalsledare. Om det finns brister i lärarens kompetens och trygghet i ämnet menar vi, utifrån denna studie, att det kan

försvåra möjligheten att nå de *Utforskande samtalen*. Ur ett sociokulturellt perspektiv tolkar vi detta som att läraren inte har förmåga att vägleda eleverna vidare i deras proximala utvecklingszon (Säljö, 2017). Vi anser även att läraren bryter det didaktiska kontraktet med eleverna då hen inte kan eller försöker svara på elevernas utforskande frågor. Därmed kan vi utifrån denna studie dra slutsatsen att lärarens kompetens i ämnet både är avgörande för elevens kunskapsutveckling och möjligheten att nå de *Utforskande samtalen*.

5.2.4 Språk som representationsform

I denna studie har ett samband mellan representationsmönstret *Flera representationsformer samtidigt* och samtal av mer utforskande karaktär synliggjorts. En representationsform som förekommit i samtliga lektioner inom detta samband är *Språk*. När denna representationsform identifierats har lärarna aktivt valt att använda sig av aktiviteter som exempelvis “snackisar” och par-diskussioner. Lektionerna som kategoriserats till detta representationsmönster har antingen haft ett samtalsmönster som är *Kumulativt på väg mot utforskande* eller *Utforskande samtal*. Att aktiviteter som innefattar samtal mellan elever leder till mer utforskande samtal är i sig helt rimligt. När eleverna ges möjlighet och får utrymme att samtala med varandra blir fler elever delaktiga och det öppnas upp för utbyte av tankar och resonemang. Skolforskningsinstitutet (2017) menar att detta är viktiga aspekter och att de möjliggör för *Utforskande samtal*. Utöver detta menar Vygotskij och den sociokulturella teorin (Säljö, 2017) att språket är det viktigaste verktyget och att människan approprierar kunskap och förståelse med hjälp av språket, både i interaktion med sig själv och andra. Tidigare forskning visar också på språkets betydelsefulla roll i matematikundervisning i förhållande till elevens kunskapsinhämtning (Askew, 2018; Cordero-Sity & Ghouseinis, 2022; Flores & Franklin, 2014; Kosko, 2020; Tzur m.fl. 2020; Van Putten m.fl. 2022). När eleverna som observerats i denna studie fått möjlighet att använda sitt språkliga redskap, genom exempelvis “snackisar” eller par-samtal, har de fått de tid och utrymme att öva på att använda sitt språk. Så småningom kan eleverna “bli ett med redskapet”, i detta fall språket, vilket i sin tur kan leda till att eleverna lär sig behärska redskapet och blir förtrogen med det. Att läraren väljer att låta eleverna “öva” på att samtala kan göra dem trygga med språket som deras medierande redskap, vilket i sin tur skapar möjligheter att nå de *Utforskande samtalen*.

Genom språket har vi alltså i denna studie identifierat samtal av mer utforskande karaktär, dock har även flera representationsformer använts under dessa lektioner. De övriga representationsformerna, så som *Konkret modell*, *Bildmodell* och *Symbol*, liknar vi med andra medierande redskap. Frågan är: Lär sig eleverna mest och bäst i samspel och samtal med andra där övriga representationsformer används för att de i gemenskap ska kunna appropriera den nya kunskapen till sin egen?

5.3 Metoddiskussion

De observerade lektionerna som utgör studiens dataunderlag behandlade olika matematiska innehåll. I början av detta arbete var vi oroliga att detta skulle påverka studiens validitet. Vi tänkte att olika matematiska områden kan vara mer eller mindre lämpliga för olika representationsformer och olika typer av samtal. Då detta är en studentuppsats förlagd över tio veckor fanns inte tiden och möjligheten att genomföra tolv observationer som alla behandlade samma matematiska innehåll. I efterhand anser vi att detta i stället stärkt studiens validitet, då resultatet gällande representations- och samtalsmönster blev mer generellt eftersom det inte är kopplat till ett specifikt matematiskt innehåll.

Vårt datamaterial samlades in utan någon form av inspelning. Beslutet att endast använda observationsprotokoll som datainsamlingsmetod berodde på vissa etiska aspekter, så som att vi genom detta beslut inte behövde vårdnadshavares godkännande för att genomföra observationerna. Beslutet togs även av effektivitetsskäl. Valet att inte genomföra inspelningar kan ha påverkat studiens resultat då vi under observationerna kan ha missat viktig information när vi endast fört anteckningar. Resultatet kan därmed ha påverkats av vår direkta tolkning av en situation, vilket innebär att den mänskliga faktorn kan ha påverkat studiens resultat. Dock har vi varit två studenter som både observerat och analyserat datamaterialet. Våra olika tolkningar av observationerna stämde oftast överens och i situationer där anteckningarna skilt sig från varandra kunde den enas anteckningar fyllas i av den andres. Vi har diskuterat och jämfört våra olika observationsprotokoll som sedan resulterat i en gemensam tolkning av observationerna. Trots att vi inte spelat in observationerna menar vi att vårt tillvägagångssätt stärker studiens reliabilitet.

5.4 Konsekvenser för undervisning

Syftet med denna studie var att undersöka om lärares användning av olika representationsmönster kan påverka vilket typ av samtal som uppstår i matematikklassrummet. Vårt resultat visar att användning av flera representationsformer samtidigt bidrar till samtal av mer utforskande karaktär. Om verksamma lärare har som mål att föra utforskande samtal i sin matematikundervisning så rekommenderar vi därmed att representera matematiken på flera olika sätt. I denna studie har den ensidiga användningen av *Symboler* som representationsform inte visat sig främja de utforskande samtalen och därför rekommenderar vi lärare att även inkludera andra representationsformer i sin undervisning. Representationsformerna som visat sig främja utforskande samtal i denna studie är *Språk*, *Bildmodell* och *Konkret modell*. Vi rekommenderar även lärare att särskilt använda sig av konkreta modeller då detta bidrar med ökat elevengagemang, vilket i denna studie visat sig vara avgörande för att utforskande samtal ska uppstå i matematikklassrummet.

Utöver svaren på studiens frågeställningar har även andra intressanta aspekter synliggjorts i studien. Dels att klassrumsnormerna har stor betydelse för vilket samtalsmönster som uppstår, men också att

lärarens kompetens och trygghet i sin roll har betydelse för vilket samtalsmönster som utvecklas. Därmed rekommenderar vi verksamma matematiklärare att göra sig medvetna om de klassrumsnormer som råder och arbeta för att de normer som gynnar utforskande samtal etableras. För att läraren ska kunna bära detta stora ansvar behöver hen ha god kompetens i ämnet och känna trygghet i sin roll som matematiklärare och samtalsledare. Därför vill vi även rekommendera huvudmän och rektorer att ta sitt ansvar i detta genom att erbjuda verksamma lärare kompetensutveckling i ämnet.

5.5 Fortsatta studier

Eftersom vi i denna studie lyckats identifiera olika samband mellan representations- och samtalsmönster rekommenderar vi kommande forskning att fortsätta studera detta men i större omfattning. Då vi i denna empiriska studie genomfört tolv observationer vore det intressant att se om en mer omfattande studie skulle få liknande resultat. Vi vill även rekommendera kommande forskning att studera specifika representationsformer i relation till samtalsmönster. Då vi i denna studie lyft fram *Konkret modell* som särskilt betydelsefullt för elevers engagemang i undervisning och matematiska samtal anser vi det vara relevant att undersöka detta i en större studie där undervisning i både låg-, mellan- och högstadiet inkluderas. Vi tror att man genom en sådan studie kan undersöka hur användandet av representationsformer förändras genom skolgången och om möjligheten att nå de utforskande samtalen påverkas av detta.

Referenser

Askew, M. (2018). Multiplicative Reasoning: Teaching Primary Pupils in Ways That Focus on Functional Relations. *Curriculum Journal*. 29(3), 406–423.

<https://doi.org/10.1080/09585176.2018.1433545>

Behr, M., Harel, G., Post, T. & Lesh, R. (1992). Rational number, ratio, and proportion. I: D. Grouws (red.) *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (s. 296–333). New York: Macmillan.

Cordero-Siy, E., & Ghousseini, H. (2022). Supporting Understanding Using Representations. *Mathematics Teacher: Learning and Teaching PK-12*. 115(6), 394–403.

<https://doi.org/10.5951/MTLT.2021.0155>

Eldén, S. (2020). *Forskningsetik: vägval i samhällsvetenskapliga studier*. (Upplaga 1). Studentlitteratur.

Fejes, A. & Thornberg, R. (red.) (2019). *Handbok i kvalitativ analys*. (Upplaga 3). Stockholm: Liber.

Flores, M. M., & Franklin, T. M. (2014). Teaching Multiplication with Regrouping Using the Concrete-Representational-Abstract Sequence and the Strategic Instruction Model. *Journal of the American Academy of Special Education Professionals*. FALL 2014, 133–148.

Foster, C. (2022). Using Coherent Representations of Number in the School Mathematics Curriculum. *For the Learning of Mathematics*. 42(3), 21–27.

Huford-Ackles, K., Fuson, K. C., & Sherin, M. G. (2004). Describing Levels and Components of a Math-Talk Learning Community. *Journal for Research in Mathematics Education*, 35(2), 81-116.

Hägglom, L. (2013). *Med matematiska förmågor som kompass*. Lund: Studentlitteratur.

Kilhamn, C. & Eckert, A. (2015). *Didaktiskt kontrakt i experimenterande undervisning*. Skolverket.

Kilhamn, C. & Nilsson, L. (2021). *Representationer i matematik*. Skolverket. Hämtad från:

<https://larportalen.skolverket.se/api/resource/P03WCPLAR158252>

Kilhamn, C. & Nyman, R. (2019). *Matematiska samtal i klassrummet - Vägar till elevers lärande*. Stockholm: Liber.

Larsson, K. (2016). Students' understandings of multiplication. [Doktorsavhandling, Stockholms Universitet]. *Department of Mathematics and Science Education*. <https://su.diva-portal.org/smash/get/diva2:1038458/FULLTEXT01.pdf>

Larsson, S. & Palm, M. (2023). *Framgångsrik undervisning av multiplikation för kunskapsutveckling av multiplikation*.

https://www.diva-portal.org/smash/record.jsf?dswid=9070&pid=diva2%3A1815627&c=10&searchType=SIMPLE&language=sv&query=susann+larsson&af=%5B%22publicationTypeCode%3AstudentThesis%22%2C%22hasFulltext%3Atrue%22%5D&aq=%5B%5B%5D%5D&aq2=%5B%5B%5D%5D&aqe=%5B%5D%5D&noOfRows=50&sortOrder=author_sort_asc&sortOrder2=title_sort_asc&onlyFullText=false&sf=all

Nationalencyklopedin (u.å.). *Representation*. Hämtad 7 maj 2024 från:

<https://www.ne.se/uppslagsverk/encyklopedi/l%C3%A5ng/representation>

Selling, S. K. (2016). Learning to represent, representing to learn. *The Journal of Mathematical Behavior*, 41 (2016), 191–209. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2015.10.003>

Skolforskningsinstitutet. (2017). *Klassrumdialog i matematikundervisningen – matematiska samtal i helklass i grundskolan*. Systematisk översikt 2017:01. Solna: Skolforskningsinstitutet.

<https://www.skolfi.se/forskningssammanstallningar/systematiska-forskningssammanstallningar/klassrumdialog-i-matematikundervisningen/>

Skolverket. (2014). *De matematiska förmågorna*. Stockholm: Skolverket.

Skolverket. (2022). *Läroplan för grundskola, förskoleklassen och fritidshemmet*. Stockholm: Skolverket.

Säljö, R. (2017). Den lärande människan - teoretiska traditioner. I Lundgren, Ulf P., Säljö, Råger., Liberg, Caroline (Red.), *LÄRANDE SKOLA BILDNING - grundbok för lärare*. (4 uppl., s. 203–264). Stockholm: Natur & Kultur.

Säljö, R. (2017). Lärande och lärandemiljöer. I Å. Hansén, S. & Forsman, L. (red.), *Allmändidaktik: vetenskap för lärare*. (Andra uppl., s. 147–174). Lund: Studentlitteratur.

Tzur, R., Johnson, H. L., Hodkowski, N. M., Nathenson-Mejia, S., Davis, A., & Gardner, A. (2020). 31 Beyond Getting Answers: Promoting Conceptual Understanding of Multiplication. *Australian Primary Mathematics Classroom*. 25(4), 35–40.

Roos, H. & Trygg, L. (2018). Begrepp och representationer. *Matematik, Specialpedagogik – Grundskola åk 1–3 Modul: Matematikdidaktik och specialpedagogik Del 2: Begrepp och representationer*. Skolverket. <https://larportalen.skolverket.se/api/resource/P03WCPLAR101527>

Van Putten, S., Blom, N., & Van Coller, A. (2022). The developmental influence of collaborative games in the Grade 6 mathematics classroom. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 53(6), 1478–1501. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2020.1829139>

Bilagor

Bilaga 1 – Förfrågan om deltagande till lärare



05-04-24

Förfrågan om deltagande i vårt självständiga arbete.

Under vårterminen 2024 skriver vi vår sista uppsats i matematikdidaktik vid Örebro Universitet.

Syftet med vårt arbete är att studera hur du som lärare använder och strukturerar olika representationsformer i genomgång under en matematiklektion. Vi kommer även att studera vilka samtal som uppkommer i klassrummet i samband med din genomgång.

Deltagande i studien innebär att vi studerar dig som lärare under en matematiklektion. Vi kommer att använda oss av ett observationsprotokoll och föra fältanteckningar. Vårt intresse är fokuserat på dina didaktiska val i klassrummet. Elevernas agerande (frågor, svar på frågor och kommentarer) kommer även att noteras.

Ingen inspelning kommer att genomföras. Detta arbete faller under dataskyddsförordningen, GDPR. Den färdiga uppsatsen kommer att publiceras via DiVA; <https://oru.diva-portal.org/smash/search.jsf?dswid=-495>.

Vi ser fram emot din medverkan!

Vid frågor kontakta:

Susann Larsson, (telefonnummer)

Moa Palm, (telefonnummer)

Bilaga 2 – Informationsbrev till vårdnadshavare



05-04-24

Information om deltagande i observation för självständigt arbete.

Hej!

Vi går sista terminen på grundlärarprogrammet på Örebro Universitet och ska nu skriva vår sista uppsats inom matematikdidaktik. Ditt barns matematiklärare har valt att delta i vår studie. Därför vänder vi oss till er för att informera om vad detta innebär.

Syftet med vårt arbete är att studera matematikläraren använder och strukturerar olika representationsformer i genomgång under en matematiklektion. Vi kommer även att studera vilka samtal som uppkommer i klassrummet i samband med genomgången.

Vår datainsamlingsmetod kommer att bestå av observationer och fältanteckningar. Detta innebär att vi kommer att närvara på en matematiklektion. Vårt intresse är fokuserat på lärarens didaktiska val, men elevernas agerande (frågor, svar på frågor och kommentarer) kommer även att noteras. Ingen inspelning kommer att genomföras. Detta arbete faller under dataskyddsförordningen, GDPR. Den färdiga uppsatsen kommer att publiceras via DiVA; <https://oru.diva-portal.org/smash/search.jsf?dswid=-495>.

Om ni inte vill att ert barn ska närvara vid detta tillfälle, vänligen kontakta ert barns matematiklärare eller mentor.

Vid frågor kontakta:

Susann Larsson, (telefonnummer)

Moa Palm, (telefonnummer)

Bilaga 3 – Observationsprotokoll representationsmönster

Observationsprotokoll representationsmönster

Skola: _____ Lektion: _____ Datum: _____

Vad händer under lektionen? <i>Vilken matematik tas upp?</i> <i>Hur representeras den?</i>	Verklighet	Språk	Symbol	Bildmodell	Konkret modell

Bilaga 4 – Observationsprotokoll samtalsmönster

Observationsprotokoll samtalsmönster

Skola: _____ Lektion: _____ Datum: _____

Frågor och svar under lektionen <i>L: Läraren</i> <i>E: Elev</i>	Kommentarer <i>Frågetyp: Öppen / stängd.</i> <i>Svarstyp: Kort svar, Kort svar med förklaring, Svar med matematisk idé.</i> <i>Reaktioner från E: ignorerar, accepterar, ifrågasätter, spinner vidare, försvarar sin idé, byter ståndpunkt.</i>

Bilaga 5 – Analysmatris

REPRESENTATIONS -FORMER	SAMTALSMÖNSTER			
	IRE	KUMULATIVT	DISPUTERANDE	UTFORSKANDE
Verklighet	Läraren ställer stängda frågor.	Läraren ställer stängda och öppna frågor.		Läraren ställer mestadels öppna frågor.
Språk	Läraren leder hela samtalet.			Eleverna hjälper till att driva samtalet framåt och ställer frågor.
Symbol	Samtal mellan lärare och elev.	Samtal mellan lärare och elev.	Samtal mellan lärare-elev och elev-elev.	Samtal mellan lärare-elev, elev-elev och elev-lärare.
Bildmodell	Eleverna ger korta svar på lärarens frågor.	Eleverna förklarar sina idéer och lösningsförslag.	Eleverna förklarar, argumenterar och försvarar sina egna idéer och lösningsförslag.	Eleverna förklarar, motiverar och jämför sina idéer och resonemang.
Konkret modell		Lärare och elever accepterar okritiskt varandras idéer och lösningar.	Eleverna är ointresserade av varandras lösningar.	Elevernas idéer och lösningsförslag respekteras och bidrar till fortsatt samtal. Klassen försöker nå enighet tillsammans. Alla elever inbjuds till att delta i samtalet.